

## 2e deeltentamen wiskunde NW&I

vrijdag 4 november 2005, 14.00-17.00.

- Schrijf op ieder vel uw naam en studentnummer.
- Schrijf op het eerste vel de naam van uw practicumleider (Barbara Boldin, Pieter Eendebak, Yaroslav Kondratyuk, Andreas Weiermann).
- Geef een toelichting bij uw antwoorden.
- Normering: opg. 1: a) 10, b) 10, c) 15, opg 2: a) 5, b) 10, c) 5, d) 10, opg. 3 : a) 10, b) 5, c) 10. (totaal 90)

### Opgave 1

a) Teken het faseplaatje voor de vergelijking

10

$$\frac{dx}{dt} = Ax \quad , \quad A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$$

b) Teken het faseplaatje voor de vergelijking

10

$$\frac{dx}{dt} = Bx \quad , \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

c) Bepaal de oplossing van de vergelijking

15

$$\frac{dx}{dt} = Cx \quad , \quad C = \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad , \quad x(0) = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Schets  $x(t)$ . Hint: teken eerst het faseplaatje.

### Opgave 2

De functies  $x(t)$  en  $y(t)$  stellen populaties dieren voor. Voor de ontwikkeling van deze populaties geldt het stelsel differentiaalvergelijkingen:

$$\dot{x} = x(5 - x - y)$$

$$\dot{y} = y(7 - 2y - x)$$

- Is dit een model voor een roofdier-prooidier samenleving, voor symbiose (samenwerking) of voor concurrentie? Verklaar je antwoord. 5
- Bepaal de vaste punten. Lineariseer de vergelijking in deze vaste punten en schets de bijbehorende lokale faseplaatjes. 10
- Schets de nul-clinen. 5
- Combineer b) en c) tot het volledige faseplaatje van de vergelijking. Maak aub een GROTE tekening. 10

### Opgave 3

Beschouw het stelsel:

$$\dot{x} = -2xy$$

$$\dot{y} = 1 - x - y$$

- Bepaal de vaste punten. Lineariseer de vergelijking in deze vaste punten en schets de bijbehorende lokale faseplaatjes. 10
- Schets de nul-clinen. 5
- Combineer a) en b) tot het volledige faseplaatje van de vergelijking. Maak aub een GROTE tekening. 10