

Deeltentamen wiskunde NW&I

donderdag 1 november 2007, 9.00-12.00.

- Schrijf op **ieder vel** uw naam en studentnummer. Begin elke nieuwe opgave op een nieuw vel.
- Schrijf op het eerste vel het nummer van uw groep en de naam van uw practicumleider (Wouter Duivesteijn, Chris Eveleens, Maarten Janssen, Wiggert Loonstra, Thijs Ruijgrok).
- Geef een toelichting bij uw antwoorden.
- De puntenverdeling over de opgaven is 1: 60 pt, 2: 20 pt, 3: 20 pt

Opgave 1

Bepaal de eigenwaarden en eigenvectoren (uitgezonderd het geval dat de eigenwaarden complex zijn) van de volgende stelsels. Schets de bijbehorende faseplaatjes. Zorgvuldigheid en netheid worden ook beoordeeld.

a)

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \begin{pmatrix} -3 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \mathbf{v}$$

b)

$$\begin{aligned} \dot{x} &= 2x + y \\ \dot{y} &= 2x + 3y \end{aligned}$$

c)

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \begin{pmatrix} -4 & 8 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{v}$$

Opgave 2

Geef de oplossing van het volgende stelsel vergelijkingen:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{v} \quad , \quad \mathbf{v}(0) = \begin{pmatrix} 9 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Opgave 3

Zoals bekend luidt de tweede wet van Newton dat $ma = F$, waarbij a de versnelling voorstelt en F de kracht. Voor een gedempte veer geldt dat $F = -kx - 2\mu v$. Hierbij is x de uitwijking van de veer t.o.v het evenwicht, v de snelheid van de veer en k en μ zijn positieve constanten.

Ook weten we dat $\frac{dx}{dt} = v$ en $\frac{dv}{dt} = a$.

a) Leid uit bovenstaande gegevens het volgende lineaire stelsel af dat de beweging van de veer beschrijft:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= v \\ \dot{v} &= -\frac{k}{m}x - \frac{2\mu}{m}v\end{aligned}$$

b) Schrijf het bovenstaande stelsel in matrix-vorm en bereken de eigenwaarden. Laat zien dat de eigenwaarden complex zijn als $\mu^2 < mk$.

c) Schets een faseplaatje voor het geval dat $\mu^2 < mk$.