

Tentamen Toegepaste Thermodynamica en Energieconversies

Deel B: Elektriciteit en kernenergie

Maandag 26 oktober 2009 van 9.00-11.30 uur

Vermeld op elk nieuw vel: naam en administratienummer.

Geef korte en bondige antwoorden.

Tussen haakjes staat het aantal punten dat per vraag kan worden behaald.

Bij deze toets mag het bijgevoegde formuleblad worden gebruikt evenals een calculator.

Wil je ook het digitale evaluatieformulier willen invullen dat te vinden is op

<https://wwwsec.cs.uu.nl/education/evaluatie>

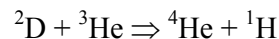
1. Wisselstroomgenerator

Een wisselstroomgenerator is gekoppeld aan de as van een turbine die met 40% rendement thermische energie omzet in mechanische energie. Het mechanisch vermogen is 500 MW en de frequentie is 50 Hz. Om de rotor van deze generator bevinden zich 20 windingen van koperdraad, die het magneetveld in de ferromagnetische kern opwekken ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Wb/A.m; $\mu_r = 5.000$; weerstand 5 m Ω per winding). De rotor bestaat uit een cylinder met een straal van 1 meter en een lengte van 2 meter. De gemiddelde statorspanning is 2.5 kV.

- Hoe groot is de torsie die door de turbine wordt uitgeoefend op de rotoras? (4)
- Wat is het elektrisch vermogen dat wordt opgewekt in de de statorspoel? (4)
- Bereken de gemiddelde stroomsterkte die door de generator wordt geleverd. En hoe groot is de amplitude van deze wisselstroom? (4)
- Hoe groot is het magnetisch veld in de rotor? (gebruik de Wet van Faraday) (5)
- Bewijs dat in dit speciale geval (namelijk $L=2R$) geldt voor het magnetische veld in de rotor (5): $B_r = \sqrt{2n} \frac{\mu_0 I}{\pi R}$
- Bereken uit dit magneetveld de grootte van de stroom door de rotorspoelen. (Indien geen antwoord op vraag e reken dan met de waarde $B = 1$ Tesla voor het magneetveld.) (5)
- Hoe veel elektrisch vermogen is nodig in de elektromagneet van de rotor, en hoe verhoudt zich dat tot het opgewekte vermogen in de stator? (3)

2. Kernenergie

Beschouw de volgende fusie reactie:



- Bereken de energie die vrijkomt in deze reactie in MeV (9)
- Bereken de kinetische energie van elk reactie product. Neem daarbij aan dat de impuls van de reactieproducten gelijk is. (Hint: maak gebruik van de wet van behoud energie; voor de impuls geldt $p = mv$, met m de massa, en v de snelheid van het deeltje) (12)
- Hoe veel ${}^3\text{He}$ (in kg) is nodig om 1 TWh elektriciteit te produceren uit de gegeven fusiereactie. Gebruik als aanname dat 25% van de fusie energie wordt

omgezet in electriciteit en dat de fusie centrale een belastingsfactor heeft van 80%. (9)

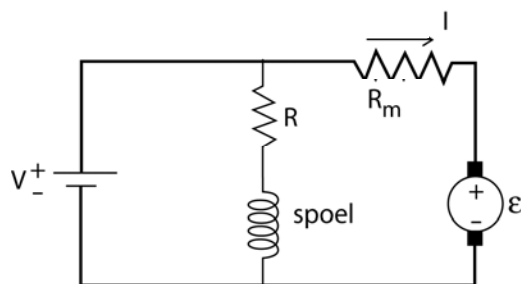
De volgende data zijn gegeven:

Deeltje	Massa (ame)	Deeltje	Massa (ame)
electron	0.00054579903	alpha	4.001506175
muon	0.1134381	${}^5_3\text{Li}$	5.01254
proton	1.007276467	${}^6_3\text{Li}$	6.015122794
neutron	1.008664909	${}^7_3\text{Li}$	7.01600455
${}^1_1\text{H}$	1.007825032	${}^{10}_5\text{B}$	10.012937
${}^2_1\text{D}$	2.014101778	${}^{11}_5\text{B}$	11.009305
${}^3_1\text{T}$	3.016049278		
${}^3_2\text{He}$	3.016029319		
${}^4_2\text{He}$	4.002603254		

3. Elektromotor (parallel)

Van een gelijkstroom motor, geschakeld in parallel zijn de volgende gegevens bekend:

het toerental bedraagt 1500 omwentelingen per minuut. De motorconstante K is 2. De elektromotorische kracht is 12 V. De stroom I door de motor is 2 A. De motorweerstand $R_m = 5 \Omega$. De weerstand R is 100Ω .



- Wat is de spanning V van de spanningsbron. (5)
- Wat is de torsie τ in de motor. (5)
- Wat is het magneetveld B in de motor. (5)
- Wat is de stroomsterkte door de spoel? (5)
- Bereken het vermogens verlies in de weerstand R_m en de spoel, en het rendement van de motor in deze parallel schakeling (5)
- Moet de weerstand R groter of kleiner worden om het rendement van de motor in deze schakeling te verhogen. (5)

Uitwerking Tentamen van 26 oktober 2009

- 1a. $P_m = \tau \omega$
 met $\omega = 2\pi f = 314 \text{ rad/s}$ (50 Hz!) en $P_m = 5 \times 10^8 \text{ W}$
 Invullen geeft: $\tau = 5 \times 10^8 / 314 = 1.592 \times 10^6 \text{ Nm}$
- 1b. Het elektrische vermogen van de stator = het mechanische vermogen van de stator = het mechanische vermogen van de rotor = 500 MWe.
- 1c. Er geldt: $P_{av} = I_{rms} \times V_{rms}$
 Hieruit volgt dat $I_{rms} = P_{av} / V_{rms} = 5 \times 10^8 / 2500 = 200000 \text{ A} = 200 \text{ kA}$
 En $I = I_{rms} \times \sqrt{2} = 282.842 \text{ kA}$

- 1d. De magnetische flux is $\Phi_s = B_r A \cos \omega t$. Het oppervlak van de stroomkring is $A = 2LR$. Gebruik makend van de Wet van Faraday volgt dan:

$$v_s = - \frac{d\Phi}{dt} = 2LRB_r \omega \sin \omega t$$

en dus is de amplitude van de wisselspanning $V_s = 2LRB_r \omega$

Het magneetveld in de rotor is:

$$B_r = \frac{V_s}{2LR\omega} = \frac{2500}{2 \times 2 \times 1 \times 314} = 1,99 \text{ T}$$

- 1e. Het magneetveld in het centrum van de rechthoekige stroomkring is in geval $L=2R$ is gelijk aan (met n windingen en $\mu = \mu_r \mu_0$):

$$B_r = n \left(\frac{\mu I}{\pi R} \frac{1}{\sqrt{1 + 4R^2/L^2}} + \frac{\mu I}{\pi \frac{1}{4} L^2} \frac{R}{\sqrt{1 + 4R^2/L^2}} \right) = \sqrt{2} n \frac{\mu I}{\pi R}$$

- 1f. Invullen geeft dan :

$$B_r = \sqrt{2} n \frac{\mu I}{\pi R} = 20\sqrt{2} \frac{5000 \cdot \mu_0 I}{\pi \times 1} = 20\sqrt{2} \frac{5000 \cdot 4\pi 10^{-7} I}{\pi \times 1} = 0.05656955 I$$

En dus:

$$I = \frac{B_r}{0.05656955} = 35.178 \text{ A}$$

(met $B=1 \text{ Tesla}$ is het antwoord: $I=17.6774 \text{ A}$)

- 1g. De spanning over de rotor windingen wordt gegeven door
 $V_r = I_r R_r = 35.178 \times 20 \times 0.005 = 3.5178 \text{ V}$
 Het rotorvermogen is dus $P_r = I_r V_r = 35.178 \times 3.5178 = 123.75 \text{ W}$ of
 $123.75 / 500 \times 10^6 \times 100\% = 0.0000247 \%$. Verwaarloosbaar klein dus.

- 2a. Massa balans:

Links: $2.014101778 + 3.016049278 = 5.030131097$ ame

Rechts: $4.002603254 + 1.007825 = 5.009909007$ ame

Vershil is 0.01970 ame

Gebruik $E=mc^2 \rightarrow E = 0.01970 / 6.022 \times 10^{26} \times (2.998 \times 10^8)^2 = 2.94 \times 10^{-12} \text{ J} = 18.2 \text{ MeV}$

De hoeveelheid vrijgekomen energie is 18.2 MeV

- 2b. Voor de reactie producten 1 (He) en 2 (H) geldt impulsbehoud en energiebehoud:

Gelijkheid van impuls: $m_1 v_1 = m_2 v_2$
Energiebehoud: $E = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$

Oplossen voor v_2 geeft $v_2 = \sqrt{\frac{2E}{m_2 \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)}}$

$$v_2 = \sqrt{\{(2 \times 2.945 \times 10^{-12}) / (1.0078 / 6.022 \times 10^{-26} \times (1 + 1.0078 / 4.0026))\}} = 53 \times 10^6 \text{ m/s}$$

$$v_1 = m_2 / m_1 \cdot v_2 = 1.0078 / 4.0026 \times 53 \times 10^6 = 13.35 \times 10^6 \text{ m/s}$$

$$E_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} \times 4.0026 / (6.022 \times 10^{26}) \times (13.35 \times 10^6)^2 = 2.35 \times 10^{-12} \text{ J} = 14.5 \text{ MeV}$$

$$E_2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} \times 1.0078 / (6.022 \times 10^{26}) \times (53 \times 10^6)^2 = 5.9 \times 10^{-13} \text{ J} = 3.7 \text{ MeV}$$

- 2c. $1 \text{ kg } ^3\text{He} = 6.022 \times 10^{26} / 3.016 = 1.997 \times 10^{26}$ nuclei = $5.88 \times 10^{14} \text{ J}_{\text{th}}$
With 25% conversion efficiency this is $1.47 \times 10^{14} \text{ J}_e$ or 0.0408 TWh
 \Rightarrow you need $1/0.0408 = 24.5 \text{ kg } ^3\text{He}$ per TWh_e

- 3a. De spanning V van de spanningsbron is $V = V_R + \varepsilon = 2 \times 5 + 12 = 22 \text{ V}$.
3b. $P_m = P_e$, dus $\tau \omega = \varepsilon I$. Hoeksnelheid is $1500.2 \pi / 60 = 157 \text{ rad/s}$. Daarmee wordt $\tau = 24 / 157 = 0.1529 \text{ Nm}$.
3c. Het magneetveld in de spoel is $B = \varepsilon / K \omega = 12 / (2 \times 157) = 0.0382 \text{ Tesla}$.
3d. $I_{\text{spoel}} = V / R = 22 / 100 = 0.22 \text{ A}$.
3e. Het verlies in R_m is $I^2 R_m = (0.22)^2 \times 5 = 20 \text{ W}$.

Het vermogensverlies in de spoeltak is $I_{\text{spoel}}^2 R = (0.22)^2 \times 100 = 4.84 \text{ W}$.

Het rendement wordt

$$\eta = \frac{\varepsilon I}{\varepsilon I + I_{\text{spoel}}^2 R + I^2 R_m} = \frac{24}{24 + 4.84 + 20} = 0.4914$$

- 3f. R moet groter worden om de spoelverliezen te verkleinen. Zie in dat de term

$I_{\text{spoel}}^2 R$ kleiner moet worden. Omdat $I_{\text{spoel}}^2 R = \frac{V^2}{R^2} R = \frac{V^2}{R}$ wordt bij grotere R deze term kleiner.