

Toegepaste Thermodynamica en Energieconversies
Deeltoets A: Thermodynamica
Woensdag 11 oktober 2006, 10.00-12.00 uur

Aanwijzingen:

- Deze toets bestaat uit 3 opgaven met gelijke gewichtsfactoren
- Vermeld op elk blad je naam en studentnummer
- Bij de toets mag het bijgevoegde gegevens- en formuleblad gebruikt worden evenals een calculator

1. Dieselcyclus

Een luchtstandaard dieselcyclus heeft aan het begin van de compressie $T = 300$ K, $p = 200$ kPa. Na verbranding (warmtetoevoer) is de temperatuur 1500 K en de druk 7.0 MPa.

Gevraagd:

- a. De compressieverhouding
- b. Het rendement

2. Exergieanalyse Braytoncyclus

In een luchtstandaard braytoncyclus wordt lucht (toestand 1) gecomprimeerd tot toestand 2. Daarna vindt opwarming plaats in een warmtewisselaar tot toestand 3. Vervolgens expandeert de lucht in een turbine tot toestand 4 waarna middels warmtewisseling toestand 1 opnieuw wordt verkregen.

De volgende gegevens zijn bekend:

toestand	druk [MPa]	temperatuur [K]
1	0.1	288.2
2	1.0	556.8
3		1373
4		710.8

Warmte wordt aan deze cyclus toegevoerd uit een reservoir met een temperatuur van 1500 °C
Warmteafvoer vindt plaats naar de omgeving die een temperatuur heeft van 5 °C

Vragen:

- a. Bij welke processen vindt irreversibele entropieproductie plaats?
- b. Bereken het totale exergieverlies per kg lucht

3. Temperatuurinstelling diepvrieskast

De af te voeren warmte uit een moderne diepvrieskast van 200 liter kan worden weergegeven met de volgende formule:

$$\dot{Q}_L = 4,55(T_H - T_L) \text{ [in watt]}$$

waarbij T_H de keukentemperatuur en T_L de temperatuur in de vrieskast, beiden in °C.

Voor deze vrieskast geldt dat de Coefficient of Performance gelijk is aan 30% van de $CoP_{R,rev}$.

De keukentemperatuur is 20 °C en de temperatuur in de diepvriezer is -24 °C.

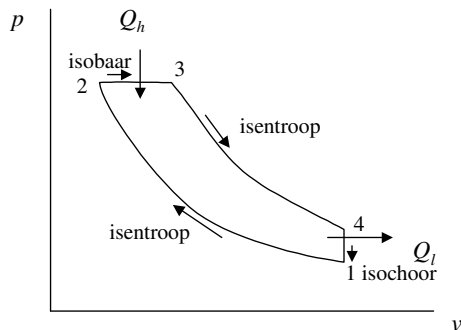
De aanbevolen temperatuur in de vriezer is echter -18 °C.

Vraag: hoeveel procent kan er op het elektriciteitsgebruik van deze diepvriezer worden bespaard als deze wordt ingesteld op de aanbevolen temperatuur?

Toegepaste Thermodynamica en Energieconversies

Uitwerking deelttoets A:

1. Dieselcyclus



a. Compressieverhouding

$$\text{Compressieverhouding} = r_v = \frac{v_1}{v_2}$$

In het luchtstandaard proces is de compressiestap 1-2 een isentrop proces van een ideaal gas, dus mogen de poissonvergelijkingen gebruikt worden:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^\gamma \Rightarrow r_v = \frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{1/\gamma} = \left(\frac{7000}{200}\right)^{1/1.4} = 12.67$$

b. rendement

Rendement luchtstandaard dieselp proces (formuleblad):

$$\eta = 1 - \frac{[(v_3/v_2)^\gamma - 1]}{\gamma(v_1/v_2)^{\gamma-1}[(v_3/v_2) - 1]}$$

$$= 1 - \frac{1}{r_v^{\gamma-1}} \left[\frac{(r_{cf}^\gamma - 1)}{\gamma(r_{cf} - 1)} \right] \quad (1.a)$$

r_v = compressieverhouding (= v_1 / v_2)

r_{cf} = 'cutoff' verhouding (= v_3 / v_2)

We hebben dus de compressieverhouding en de cutoff verhouding nodig.

De compressieverhouding was in a. al berekend: $r_v = 12.67$.

Voor de cutoff-verhouding moeten we naar het warmtetoevoerproces (2-3) kijken. Dit vindt isobaar plaats.

De ideale gaswet bij $p = \text{constant}$ toepassend:

$$\frac{v_3}{v_2} = \frac{T_3}{T_2} \Rightarrow r_{cf} = \frac{T_3}{T_2} \quad (1.b)$$

T_3 is gegeven (1500 K). T_2 is echter nog niet bekend. We kunnen T_2 berekenen door het (isentrop) compressieproces 1-2 te onderzoeken. Dit is een isentrop proces van een ideaal gas dus mogen we de poissonwetten toepassen:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\gamma-1} = r_v^{\gamma-1} \Rightarrow T_2 = T_1 r_v^{\gamma-1} = 300 * 12.67^{1.4-1} = 828.4 \text{ K}$$

Invullen van de gevonden temperaturen in relatie (1.b) levert:

$$r_{cf} = \frac{T_3}{T_2} = \frac{1500}{828.4} = 1.81$$

De compressieverhouding en de cutoff-verhouding invullend in (1.a) levert het rendement:

$$\eta_{diesel} = 1 - \frac{1}{r_v^{\gamma-1}} \left[\frac{(r_{cf}^\gamma - 1)}{\gamma(r_{cf} - 1)} \right] = 1 - \frac{1}{12.67^{(1.4-1)}} \left[\frac{(1.81^{1.4} - 1)}{1.4(1.81 - 1)} \right] = 0.586$$

Alternatieve oplossing:

$$\eta = \frac{w_{netto}}{q_h}$$

Eerste hoofdwet cyclisch proces controle massa: $\Delta u = 0 = q_{netto} - w_{netto} \Rightarrow w_{netto} = q_{netto} = q_h - |q_l|$

$$\text{Combinatie levert: } \eta = \frac{w_{netto}}{q_h} = \frac{(q_h - |q_l|)}{q_h} = 1 - \frac{|q_l|}{q_h}$$

We moeten dus toegevoerde warmte q_h (stap 2-3) en de afgevoerde warmte q_l (stap 4-1) berekenen. De warmtetoevoer vindt isobaar plaats dus:

$$q_h = c_p(T_3 - T_2)$$

T_3 is gegeven (1500 K). T_2 wordt op de hierboven beschreven wijze berekend (828.4 K)

$$q_h = 1.004(1500 - 828.4) = 674 \text{ kJ/kg}$$

De warmteafvoer vindt isochoor plaats dus:

$$q_l = c_v(T_1 - T_4)$$

T_4 is nog niet bekend maar kan berekend worden. Het proces 3-4 is een isentroop proces van een ideaal gas dus:

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{v_3}{v_4} \right)^{\gamma-1}$$

Voor de volumeverhouding v_3/v_4 :

$$\frac{v_3}{v_4} = \frac{v_3}{v_1} = \frac{v_2}{v_1} \cdot \frac{v_3}{v_2} = \frac{r_{cf}}{r_v} = \frac{1.81}{12.67} = 0.143$$

(de volumeverhoudingen zijn hierboven berekend). T_4 kan nu berekend worden:

$$T_4 = T_3 \left(\frac{v_3}{v_4} \right)^{\gamma-1} = 1500 * 0.143^{1.4-1} = 688.7 \text{ K}$$

De warmte afvoer is dus:

$$q_l = c_v(T_1 - T_4) = 0.717(300 - 688.7) = -278.5 \text{ kJ/kg}$$

Het rendement wordt daarmee:

$$\eta = 1 - \frac{|q_l|}{q_h} = 1 - \frac{|-278.5|}{674} = 0.586$$

2. Exergieanalyse Braytoncyclus

a. waar vindt irreversibele entropieproductie plaats?

In de luchtstandaard geldt dat compressie (stap 1-2) en expansie (stap 3-4) reversibel plaatsvinden. Dat betekent dat in deze stappen er geen sprake is van irreversibele entropieproductie.

De warmte toevoer (stap 2-3) is irreversibel omdat er een temperatuurverschil is tussen de warmtebron (1500 + 273 = 1773 kelvin) en de lucht die opwarmt van 556.8 tot 1373 kelvin.

De warmteafvoer (stap 4-1) is irreversibel omdat er een temperatuurverschil is tussen de afkoelende lucht (van 710.8 naar 288.2 kelvin) en het omgevingsreservoir (5 °C = 288 K).

b. Totale exergieverlies

Exergieverlies: $B_{lost} = T_o S_{irr}$ ($T_o = 5 \text{ °C} = 288 \text{ K}$)

Uit de vorige deelvraag bleek dat alleen de warmte-overdrachts processen aanleiding geven tot irreversibele entropieproductie en dus tot exergieverlies:

$$B_{lost} = B_{lost,HT} + B_{lost,LT}$$

Waarin $B_{lost,HT}$ het exergieverlies in de Hoge Temperatuur warmtewisselaar en $B_{lost,LT}$ het exergieverlies in de Lage Temperatuur warmtewisselaar.

$B_{lost,HT}$ kan worden gevonden m.b.v. de exergiebalans voor de hoge temperatuur warmtewisselaar. Onder verwaarlozing van verschillen in kinetische en potentiële energie is dit:

$$\dot{B}_{lost,HT} = T_o \dot{S}_{irr,HT} = \dot{m} [h_2 - T_o s_2 - (h_3 - T_o s_3)] + \dot{Q}_h \left(1 - \frac{T_o}{T}\right) - \dot{W}$$

De warmtewisselaar levert geen arbeid ($\dot{W} = 0$), dus deze term valt ook weg. Delen door \dot{m} levert het exergieverlies per kg lucht:

$$\frac{\dot{B}_{lost,HT}}{\dot{m}} = [h_2 - T_o s_2 - (h_3 - T_o s_3)] + \frac{\dot{Q}_h}{\dot{m}} \left(1 - \frac{T_o}{T}\right)$$

Na enig omwerken:

$$\frac{\dot{B}_{lost,HT}}{\dot{m}} = (h_2 - h_3) - T_o (s_2 - s_3) + \frac{\dot{Q}_h}{\dot{m}} \left(1 - \frac{T_o}{T}\right)$$

Uit een eerste hoofdwet analyse van dit proces kan worden afgeleid: $(h_2 - h_3) = -\frac{\dot{Q}_h}{\dot{m}}$ zodat:

$$\frac{\dot{B}_{lost,HT}}{\dot{m}} = T_o (s_2 - s_3) + (h_2 - h_3) \frac{T_o}{T}$$

Het enthalpieverschil $(h_2 - h_3)$ kan worden berekend als (perfect gas):

$$(h_2 - h_3) = c_p (T_2 - T_3)$$

Het entropie verschil $(s_2 - s_3)$ kan worden berekend als (perfect gas):

$$(s_2 - s_3) = c_p \ln \left(\frac{T_3}{T_2} \right) - R \ln \left(\frac{p_3}{p_2} \right)$$

Deze beide relaties invullen leidt tot:

$$\frac{\dot{B}_{lost,HT}}{\dot{m}} = T_o \left(c_p \ln \left(\frac{T_3}{T_2} \right) - R \ln \left(\frac{p_3}{p_2} \right) \right) + c_p (T_2 - T_3) \frac{T_o}{T}$$

Hierin is zijn alle gegevens bekend (gegevens opgave, formuleblad) behalve p_3 . Omdat in de luchtstandaard Braytoncyclus de warmteoverdrachtsprocessen isobaar zijn, geldt $p_3 = p_2 = 1.0$ MPa. Invullen:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{B}_{lost,HT}}{\dot{m}} &= 288 \left(1,0035 \ln \left(\frac{1373}{556.8} \right) - 0,287 \ln \left(\frac{1}{1} \right) \right) + 1,0035 (556.8 - 1373) \frac{288}{1773} \\ &= 126.9 \text{ kJ/kg lucht} \end{aligned}$$

Voor de lage temperatuur warmtewisselaar kan op vergelijkbare wijze worden afgeleid:

$$\frac{\dot{B}_{lost,LT}}{\dot{m}} = T_o \left(c_p \ln \left(\frac{T_1}{T_4} \right) - R \ln \left(\frac{p_1}{p_4} \right) \right) + c_p (T_4 - T_1)$$

Hier is p_4 nog onbekend, maar omdat proces 1-4 isobaar is in de luchtstandaard Braytoncyclus geldt $p_4 = p_1 = 0.1$ MPa. Invullen levert:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{B}_{lost,LT}}{\dot{m}} &= 288 \left(1,0035 \ln \left(\frac{288.2}{710.8} \right) - 0,287 \ln \left(\frac{0.1}{0.1} \right) \right) + 1,0035 (288.2 - 710.8) \\ &= -261.1 + 424.1 \\ &= 163.0 \text{ kJ/kg lucht} \end{aligned}$$

Het totale exergieverlies wordt dus:

$$\frac{\dot{B}_{lost,HT}}{\dot{m}} + \frac{\dot{B}_{lost,LT}}{\dot{m}} = 126.9 + 163.0 = 289.9 \text{ kJ/kg lucht}$$

Opmerking: Omdat $\dot{B}_{lost} = T_o \dot{S}_{irr}$ kan het exergieverlies in beide warmtewisselaars ook berekend worden door de irreversibele entropieproductie te bepalen m.b.v. de entropiebalans en het resultaat te vermenigvuldigen met T_o .

3. Temperatuurinstelling diepvrieskast

Voor de benodigde arbeid (elektriciteit) voor de vriezer geldt:

$$CoP_R = \frac{\dot{Q}_L}{|\dot{W}|} \Rightarrow |\dot{W}| = \frac{\dot{Q}_L}{CoP_R} \quad (1)$$

\dot{Q}_L wordt berekend met de gegeven formule: $\dot{Q}_L = 4,55(T_H - T_L)$ (in kW)

Voor CoP_R geldt volgens de gegevens: $CoP_R = 0,3CoP_{R,rev}$

Voor $CoP_{R,rev}$ geldt $CoP_{R,rev} = 1/(T_H/T_L - 1)$

Alles invullend in (1) levert de volgende uitdrukking voor de benodigde arbeid (elektriciteit)

$$|\dot{W}| = \frac{4,55(T_H - T_L)(T_H/T_L - 1)}{0,3} \text{ [W]}$$

Voor $T_H = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ (293 K) en $T_L = -24 \text{ }^\circ\text{C}$ (269 K) resp. $T_L = -18 \text{ }^\circ\text{C}$ (275 K) kan de benodigde arbeid berekend worden:

$$T_L = -24 \text{ }^\circ\text{C} (269 \text{ K}) \Rightarrow |\dot{W}| = 32,5 \text{ W}$$

$$T_L = -18 \text{ }^\circ\text{C} (275 \text{ K}) \Rightarrow |\dot{W}| = 17,9 \text{ W}$$

$$\text{besparing: } \frac{32,5 - 17,9}{32,5} * 100\% = 44,9 \%$$

Merk op dat de te lage temperatuurinstelling leidt tot een grotere koudevraag terwijl de lagere temperatuur ook leidt tot een slechtere coefficient of performance.