

# Tentamen Toegepaste Thermodynamica en Energieconversies

Deel B: Elektriciteit en kernenergie

Maandag 6 november 2006 van 10.00 – 12.00 uur

\*\*\*\*\*

Vermeld op elk nieuw vel: naam en administratienummer.

Geef korte en bondige antwoorden.

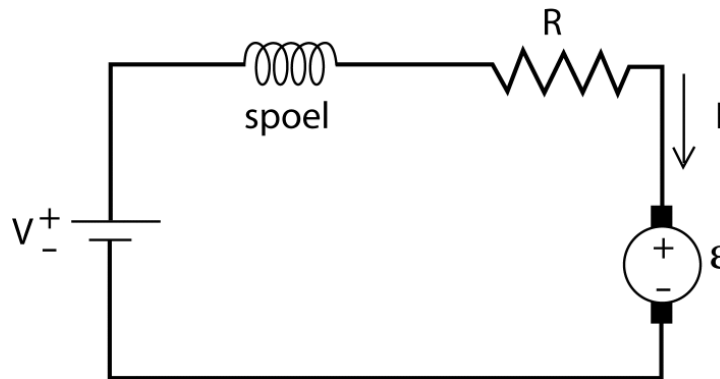
Tussen haakjes staat het aantal punten dat per vraag kan worden behaald.

Bij deze toets mag het bijgevoegde formuleblad worden gebruikt evenals een calculator.

\*\*\*\*\*

## 1. Elektromotor

Van een gelijkstroom seriemotor (zie figuur) zijn de volgende gegevens bekend:



Het toerental bedraagt 1500 omwentelingen per minuut. De motorconstante  $K$  is 2. De elektromotorische kracht is 24 V. De stroom  $I$  door de motor is 2 A. De motorweerstand  $R = 5 \Omega$ .

- Bereken het verlies in de weerstand  $R$ . (5)
- Wat is de spanning  $V$  van de spanningsbron. (5)
- Hoe groot is het rendement van de motor? (5)
- Bereken het magneetveld in de spoel. (5)
- Leidt af dat het verband  $\tau$  en  $\omega$  gegeven wordt als:  $\omega = \frac{V}{\sqrt{c\tau}} - \frac{R}{c}$ .

Gebruik dat bij benadering geldt dat het magneetveld  $B$  evenredig is met de stroom  $I$ , als volgt:  $B \cdot K = c \cdot I$ . (10)

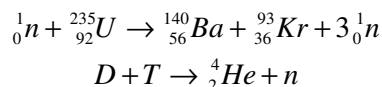
- Voor welke waarde van  $\tau$  is  $\omega$  gelijk aan 0? Leidt een relatie af en vul daarna getallen in. (10)

## 2. Kernenergie

Een belangrijke maat voor de efficiëntie van energieomzettingen is het *relatieve* massadefect, gedefinieerd als het massaverschil voor en na de reactie gedeeld door de massa voor de reactie:

$$\Delta m_r = \frac{\sum m_{\text{voor}} - \sum m_{\text{na}}}{\sum m_{\text{voor}}}$$

Beschouw de volgende nucleaire reacties:



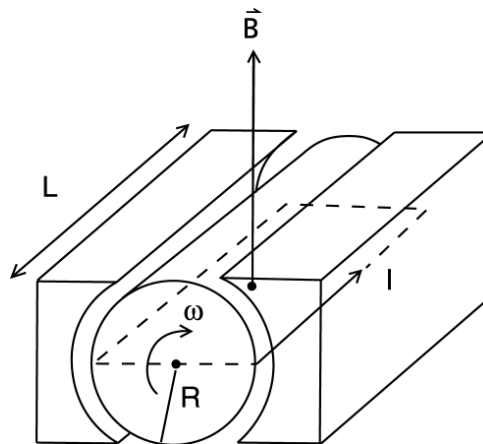
De atomaire massa-eenheden van de in deze reacties voorkomende isotopen staan in onderstaande tabel:

Isotoop	Atomaire massa-eenheid	Isotoop	Atomaire massa-eenheid
D	2,01410	${}_{92}^{235}\text{U}$	235,04393
T	3,0160492	${}_{56}^{140}\text{Ba}$	139,91060
${}^4_2\text{He}$	4,00260	${}_{36}^{93}\text{Kr}$	92,93127
n	1,008665		

- Bereken het massaverschil in MeV die vrijkomt bij de splijtings- en fusiereacties. (10)
- Bereken het *relatieve* massaverschil in MeV die vrijkomt bij de splijtings- en fusiereacties. (5)
- Bereken de energie die vrijkomt bij de splijting van 1 kg U-235 en de fusie van 1 kg fusiemateriaal. (10)

### 3. Elektriciteitsopwekking

Eén van de generatoren (zie figuur) van de Amercentrale levert een wisselspanning met een amplitude van 8 kV terwijl de bijbehorende wisselstroom een amplitude heeft van 120 kA. Het faseverschil tussen de spanning en de stroom is  $15^\circ$ . De lengte en straal van de ferromagnetische rotor zijn respectievelijk 10 en 1 meter.



- Bereken het elektrische vermogen dat door deze generator aan het net wordt geleverd (5)
- Bereken de torsie die door de stoomturbines op de generatoras wordt uitgeoefend bij een wrijvingsverlies van 2,5% en een frequentie van 50 Hz (5)
- Bereken het magnetisch veld in de rotor [Hint: bereken eerst de magnetische flux in een stroomkring in de stator en gebruik de wet van Faraday]. (10)
- Hoe groot moet de gelijkstroom zijn die dit magneetveld in de rotor opwekt. Ga daarbij uit van een relatieve magnetische permeabiliteit van de ferromagneet van 5000. (10)
- Bereken het benodigde vermogen voor het opwekken van het magneetveld, en vergelijk dat met het geleverde vermogen. Het materiaal van de stroomkring is koper. De straal van de koperdraad is 5 mm, en de soortelijke weerstand van koper is  $0,017 \cdot 10^{-6} \Omega\text{m}$ . (5)

## Uitwerking Tentamen van 6 november 2006

- 1a. Het verlies in R is  $I^2R=(2)^2 \times 5 = 20 \text{ W}$ .  
 1b. De spanning V van de spanningsbron is  $V=V_R+\varepsilon=2.5+24=34 \text{ V}$ .  
 1c. Voor het rendement geldt de volgende definitie:

$$\eta = \frac{\varepsilon I}{\varepsilon I + I^2 R} = \frac{48}{48 + 20} = 0,706$$

- 1d. Hoeksnelheid is  $1500 \cdot 2\pi/60=157 \text{ rad/s}$ . Het magneetveld in de spoel is dan  
 $B = \mathcal{E}/K\omega = 24/(2 \times 157) = 0,0764 \text{ Tesla}$ .  
 1e. Er geldt  $V = I \cdot R_m + \varepsilon$ , en  $B \cdot K = c \cdot I$  ( $c=BK/I=0,0764$ )  
 Met  $P_e=\varepsilon \cdot I$  en  $\varepsilon=B \cdot K \cdot \omega=c \cdot I \cdot \omega$  volgt:  $P_e=c \cdot I^2 \cdot \omega$

Gebruik dan  $P_m=P_e$ , en er volgt:  $\tau\omega = cI^2\omega$  en daaruit:  $I = \sqrt{\tau/c}$

Verder invullen geeft:

$$V - I \cdot R - \varepsilon = 0 \Rightarrow V - I \cdot R - cI\omega = 0$$

$$V - \sqrt{\frac{\tau}{c}} \cdot R - c \sqrt{\frac{\tau}{c}} \cdot \omega = 0 \Rightarrow V - \sqrt{\frac{\tau}{c}} \cdot R - \sqrt{\tau c} \cdot \omega = 0$$

$$\sqrt{\tau c} \omega = V - \sqrt{\frac{\tau}{c}} \cdot R \Rightarrow \omega = \frac{V}{\sqrt{\tau c}} - \frac{R}{c}$$

- 1f. Vul in  $\omega=0$ , dan volgt :

$$0 = \omega = \frac{V}{\sqrt{\tau c}} - \frac{R}{c} \Rightarrow \frac{V}{\sqrt{\tau c}} = \frac{R}{c}$$

$$\sqrt{\tau c} = \frac{Vc}{R} \Rightarrow \tau = c \frac{V^2}{R^2} = cI^2$$

Invullen van getallen geeft  $\tau=0,0764 \cdot 2^2=0,3056 \text{ Nm}$

- 2a. Voor fusie geldt:  
 $\Delta m = m(D) + m(T) - m(He) - m(n)$   
 $= 2,01410 + 3,0160492 - 4,00260 - 1,008665$   
 $= 0,0188842 \text{ ame} = 17,6 \text{ MeV}$

Voor splijting geldt:

$$\Delta m = m(U) - m(Ba) - m(Kr) - 2 \cdot m(n)$$

$$= 235,04393 - 139,91060 - 92,93127 - 2(1,008665)$$

$$= 0,18473 \text{ ame} = 172 \text{ MeV}$$

- 2b. Voor fusie geldt:  
 $\Delta m_f = \Delta m / (m(D) + m(T)) = 0,0188843 / (2,01410 + 3,0160492) = 3,75 \cdot 10^{-3}$   
 Voor splijting geldt:  
 $\Delta m_s = \Delta m / (m(U) + m(n)) = 0,18473 / (235,04393 + 1,008665) = 7,83 \cdot 10^{-4}$

- 2c. 1 kg Uranium bevat  $1000/235 \text{ mol Uranium}$ .  
 Splijting:  $(1000/235) \times 6 \cdot 10^{23} \times 172 \times 10^6 \times 1,6 \cdot 10^{-19} = 7 \cdot 10^{13} \text{ Joule}$   
 1 kg Deuterium en Tritium bevat  $1000/5 \text{ mol}$ .  
 Fusie:  $(1000/5) \times 6 \cdot 10^{23} \times 17,6 \times 10^6 \times 1,6 \cdot 10^{-19} = 33,8 \cdot 10^{13} \text{ Joule}$

3a.  $P = \frac{1}{2}IV\cos\phi = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 10^3 \cdot 120 \cdot 10^3 \cdot \cos 15^\circ = 463.6 \text{ MW}$

3b.  $f = 50 \text{ Hz}$ , hieruit volgt dat  $\omega = 314 \text{ s}^{-1}$

Vanwege de wrijvingsverliezen is het vermogen van 463.6 MW slechts 97.5% van het totale vermogen dat derhalve gelijk is aan  $463.6/0.975 = 475.5 \text{ MW}$ .

Voor het mechanische vermogen geldt  $P_m = \omega\tau$ , dus

$$\tau = \frac{P_m}{\omega} = \frac{475.5 \cdot 10^6}{314} = 1,514 \cdot 10^6 \text{ Nm}$$

3c. De magnetische flux is  $\Phi_s = B_r A \cos \omega t$ . Het oppervlak van de stroomkring is  $A = 2LR$ . Gebruik makend van de Wet van Faraday volgt dan:

$$V_s = -\frac{d\Phi_s}{dt} = 2LRB_r\omega \sin \omega t$$

en dus is de amplitude van de wisselspanning

$$V = 2LRB_r\omega$$

Het magneetveld in de rotor is:

$$B_r = \frac{V}{2LR\omega} = \frac{8000}{2 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 314} = 0,637 \text{ T}$$

3d. Het magneetveld in het centrum van de rechthoekige stroomkring is

$$B_r = \frac{\mu_0 I}{\pi R} \frac{1}{\sqrt{1+4R^2/L^2}} + \frac{\mu_0 I}{\pi \frac{1}{4}L^2} \frac{1}{\sqrt{1+4R^2/L^2}}$$

Hieruit volgt dat  $\mu_0$  vervangen moet worden door  $\mu = \mu_r\mu_0$

Invullen geeft dan:

$$\begin{aligned} B_r &= \frac{5000 \cdot \mu_0 I}{\pi 1} \frac{1}{\sqrt{1+4 \cdot 1/100}} + \frac{5000 \cdot \mu_0 I}{\pi \frac{1}{4}100} \frac{1}{\sqrt{1+4 \cdot 1/100}} \\ &= \frac{5000 \cdot \mu_0 I}{\pi} \frac{1}{26\sqrt{1+4 \cdot 1/100}} = \frac{5000 \cdot \mu_0 I}{\pi} \cdot 0,0377 \end{aligned}$$

En dus:

$$I = \frac{\pi B_r}{0,0377 \cdot 5000 \cdot \mu_0} = \frac{\pi \cdot 0,637}{0,0377 \cdot 5000 \cdot 4\pi 10^{-7}} = 8448 \text{ A}$$

3e. Met de wet van Ohm kunnen we de gelijkspanning uitrekenen:  $V=IR$ . De weerstand van de draad is

$$R = \rho \frac{l}{4\pi r^2}$$

De lengte  $l$  van de draad is  $l = 2(L+2R) = 2(10+2) = 24 \text{ m}$ . Daarmee wordt

$$\text{de weerstand: } R = 0,017 \cdot 10^{-6} \frac{24}{4\pi(0.005)^2} = 1,3 \cdot 10^{-3} \Omega,$$

en  $V=8448 \cdot 1,3 \cdot 10^{-3} = 10,98 \text{ V}$ .

Het vermogen is  $P=I \cdot V=8448 \cdot 10,98=92,8 \text{ kW}$ .

Ten opzichte van het geleverde vermogen is dat  $92,8 \text{ kW}/463,6 \text{ MW} = 0.02\%$  (of  $2 \cdot 10^{-4}$ )