

2^e deeltentamen wiskunde NW&I

maandag 4 november 2002, 13.00-16.00.

- Vermeld duidelijk als u dit tentamen doet als herkansing van het oude Basiswiskunde B
- Schrijf op ieder vel uw naam en studentnummer.
- Schrijf op het eerste vel de naam van uw practicumleider (Martin Bootsma, Manuel Ballester of Thijs Ruijgrok).
- Geef een toelichting bij uw antwoorden.
- Alle opgaven tellen even zwaar.

Opgave 1

Beschouw de differentiaalvergelijking

$$y' = y(1 - y)(2 + y)$$

- a) Bepaal de vaste punten van deze vergelijking en hun stabiliteit.
- b) Teken het richtingsveld in het (t, y) vlak.
- c) Schets in dit richtingsveld de oplossingen met $y(0) = 0,5$ en $y(0) = -1$.

Opgave 2

a) Bepaal de algemene oplossing:

$$y' = 2y - \cos t$$

b) Geef de oplossing van het volgende beginwaardeprobleem:

$$y' = -y + t^2 \quad , \quad y(0) = 0$$

Opgave 3

a) Geef de algemene oplossing:

$$y' = 2e^y \sin t - e^y$$

b) Geef de oplossing van het volgende beginwaardeprobleem:

$$y' = t^2(y + 1) \quad , \quad y(0) = 1$$

Opgave 4

In de bodem bevindt zich een verontreinigende stof waarvan de moleculen deels gebonden (geadsorbeerd) zijn aan de bodemdeeltjes, en deels opgelost in het grondwater. De gebonden fractie op tijdstip t noemen we $s(t)$ en de opgeloste fractie $f(t)$. Er geldt dus $s(t) + f(t) = 1$.

De tijd t wordt gemeten in uren. Per uur lost 20% van de geadsorbeerde stof in het water op en 60% van de opgeloste stof wordt geadsorbeerd. Verder geldt dat $f(0) = 1$.

a) Laat zien dat de verandering per uur wordt gegeven door:

$$\begin{pmatrix} s(t+1) \\ f(t+1) \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} s(t) \\ f(t) \end{pmatrix}, \text{ met } A = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,6 \\ 0,2 & 0,4 \end{pmatrix}.$$

b) Bepaal de eigenwaarden en eigenvectoren van A .

c) Wat wordt op den duur de verhouding tussen $s(t)$ en $f(t)$?

Opgave 5

Geef de algemene oplossing en teken het faseplaatje:

a)

$$\begin{aligned} x' &= -4x + 2y \\ y' &= -2x - 4y \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} x' &= x + y \\ y' &= 3y \end{aligned}$$